



Fagdag i matematikk

Hamar, 11. september 2018

Birger Laugsand, Oppgavenemd i matematikk for grunnskolen, UDIR

Eksamen: «Vårens vakreste eventyr»



Urettferdig eksamen?



Dagsavisen, 16.04.2018

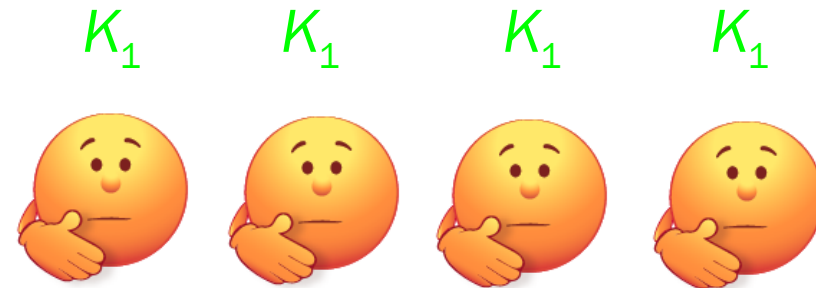
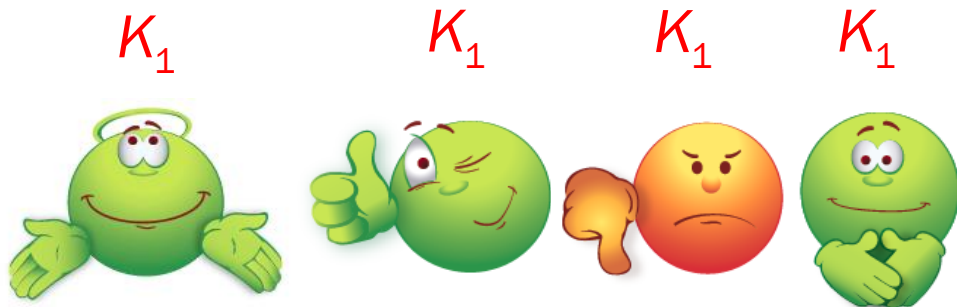
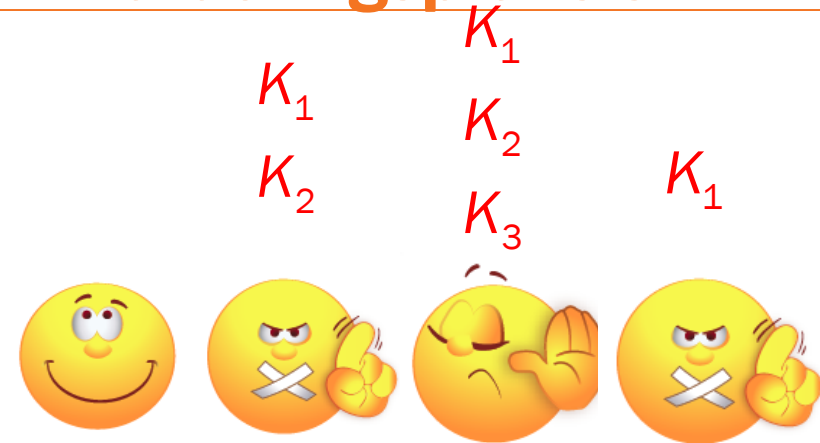
«Rettferdig eksamen»

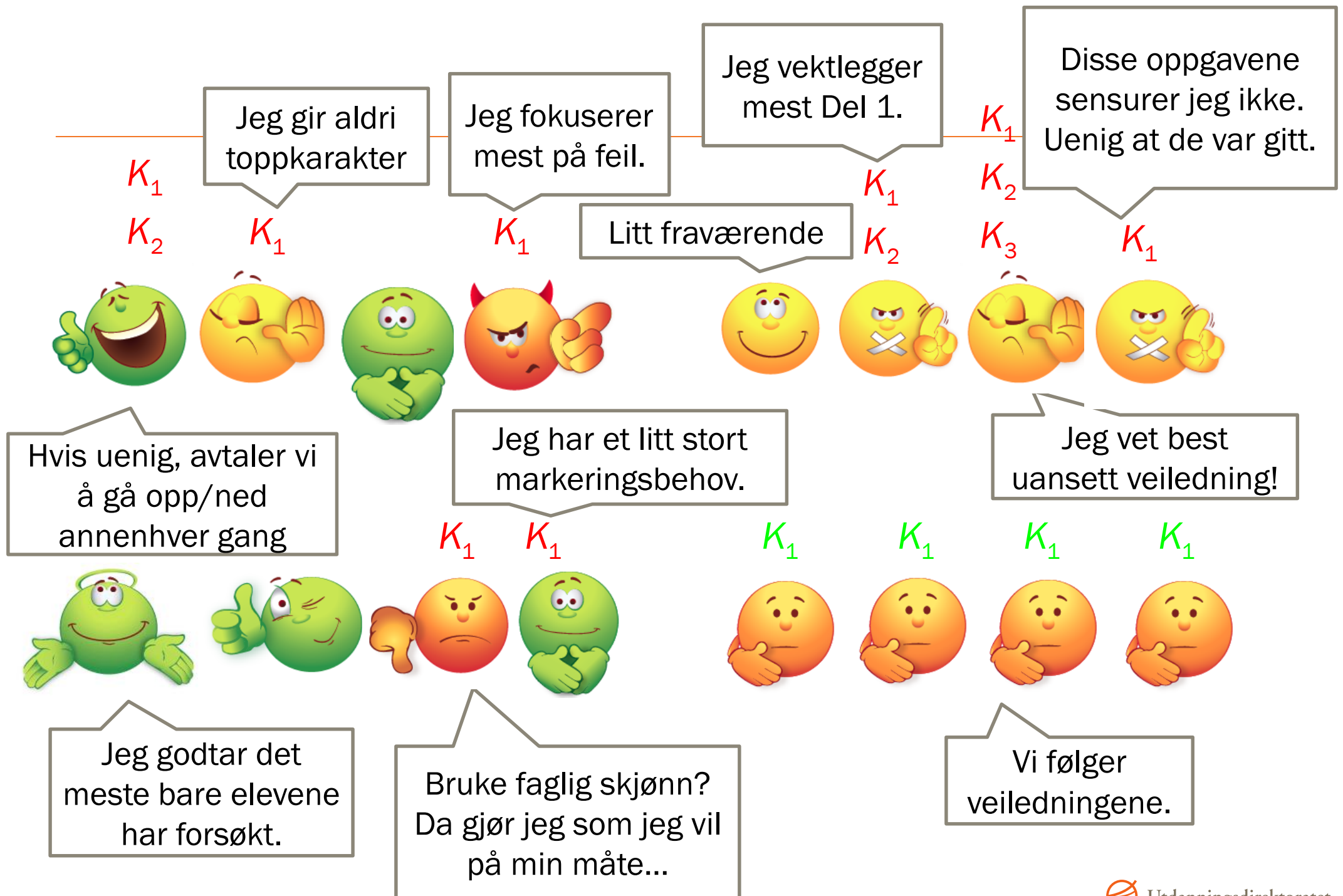
- Lik eksamensoppgave
- Lik sensur (ingen private løsninger tillatt)

Det arbeides grundig med sensurering for å:

- 1) Sikre lik vurderingspraksis i alle sensurregioner
- 2) Skape konsensus i vurderingen
- 3) Rettferdig og konsekvent sensur
- 4) Gi føringer og retning for det faglige skjønnnet i sensuren.

Ulike holdninger, oppfatninger, ulik vurderingspraksis

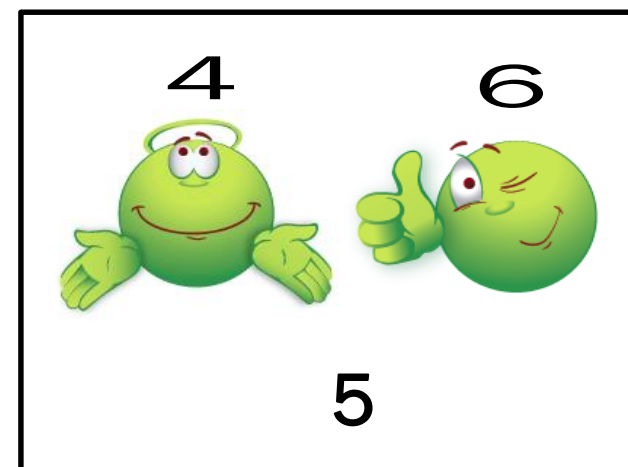
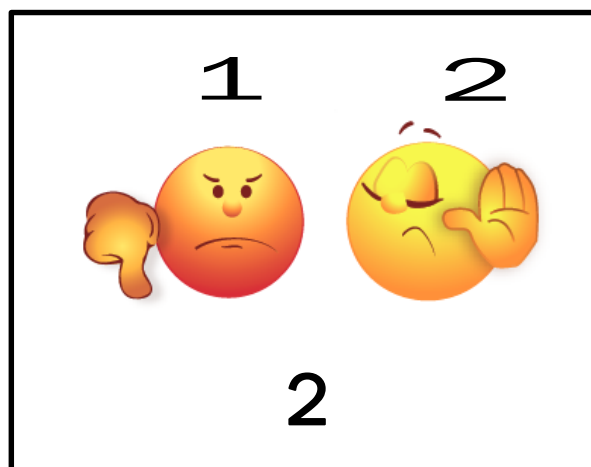




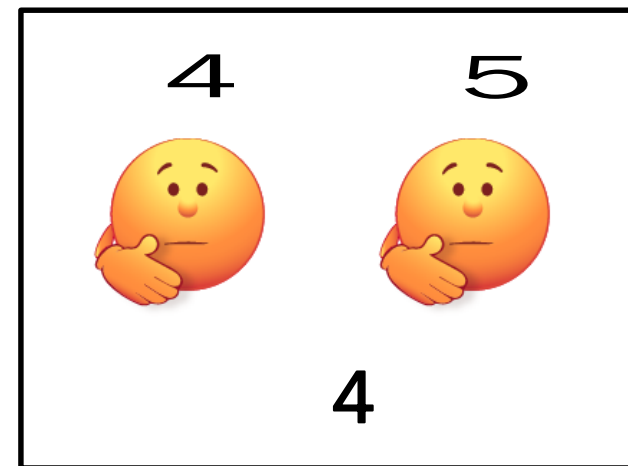
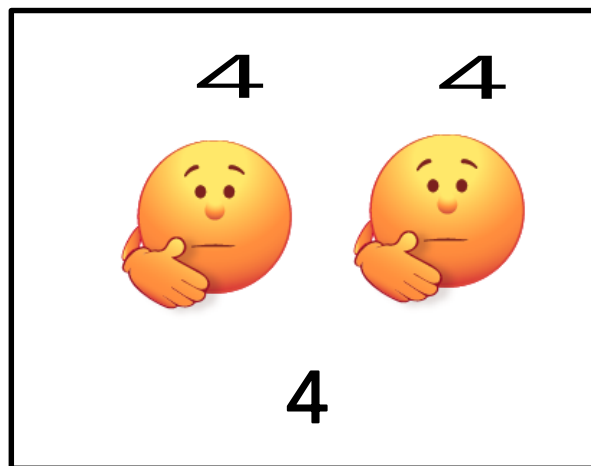
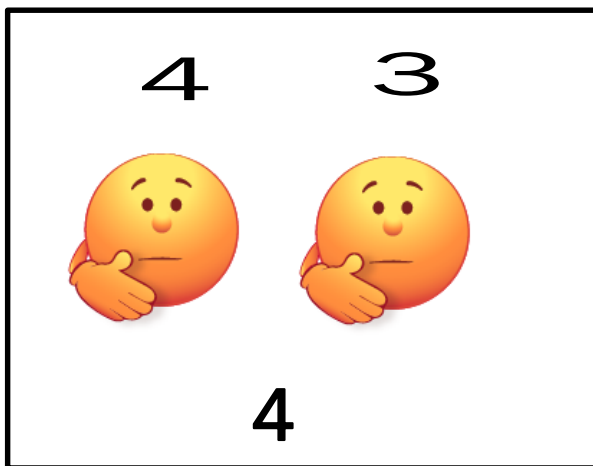
Tilfeldig sensur?



Samme karakter for samme kompetanse?



Sensor 1 og sensor 2 i matematikk



Matematikk:

Eksamen og veiledninger fungerer og dyktige og lojale sensorer

Elevene får samme karakter når de viser samme kompetanse

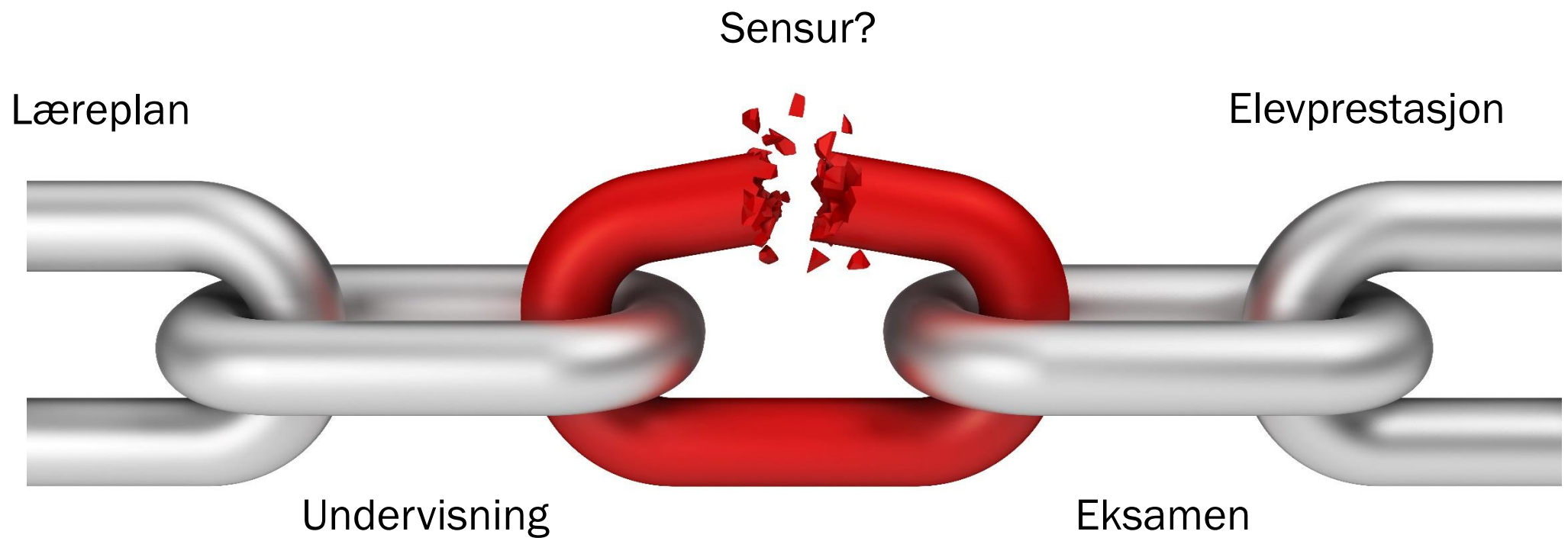
Sensorreliabilitet våren 2017 W-kappa = 0,87

UTREGNING AV KAPPA OG W-KAPPA FOR EKSAMENSENSURERING: 6x6 TABELLER

(tast inn nye tall i det gule feltet i den første tabellen)

	Obs							
	1	2	3	4	5	6		
1	790	198	1	1	1	0	991	
2	213	2926	470	5	0	0	3614	
3	3	328	4451	486	6	0	5274	
4	2	6	340	3580	446	0	4374	
5	0	0	7	278	2058	213	2556	
6	0	0	0	0	86	437	523	Obs %
	1008	3458	5269	4350	2597	650	17332	0,822

«En kjede er aldri sterkere enn sitt svakeste ledd»



Ta ansvar

Alle må ta ansvar for at sensuren blir mest mulig

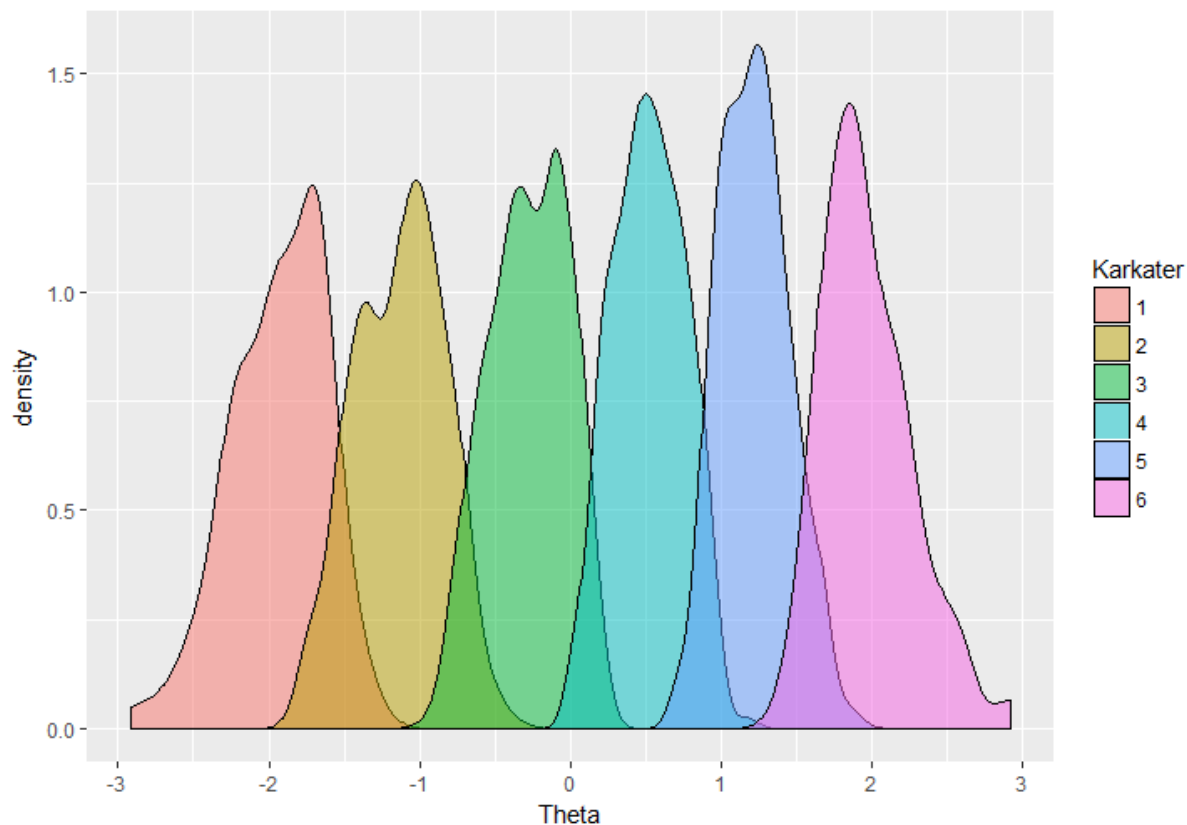
- objektiv
- konsekvent
- rettferdig
- reliabel

Vurderingskultur



- Samme vurderingspraksis krever drøfting, dialog og samarbeid.
- Rettferdig sensur krever lojalitet overfor gitt veiledning

Samme ferdighet gir samme karakter. Faglig skjønn gir ingen vilkårlig karaktersetting



Sterk sammenheng mellom karakterene og den estimerte ferdigheten (theta)

Den skjønnsmessige vurderingen i sum gir seg ikke utslag i vilkårlighet, det vil si vilkårlig karaktersetting

Eksamen er rettferdig i den betydningen at elever som viser samme kompetanse til eksamen får lik karakter

Evaluering av eksamen 2017



https://www.udir.no/globalassets/filer/tall-og-forskning/forskningsrapporter/evaluering_av_matematikkeksamen_2017.pdf

En rettferdig eksamen

Ut fra de dataene vi har samlet inn, var et hovedfunn i vår analyse at årets eksamen var svært god. Analysene viser i hovedsak godt samsvar med opplæringen. Flere av informantene mente at denne eksamenen burde sette en standard for hvordan oppgavene burde se ut i årene som kommer. Noe som er særlig interessant, er at denne vurderingen er delt av alle de involverte gruppene, fra elever til lærere og sensorer.

Avklaringer

- Arbeidsmengde rimelig?
- Vanskegrad rimelig?
- Oppgavene innenfor læreplan?
- Får elevene vist sin kompetanse på ulike mestringsnivåer?
- Poenggrenser og kjennetegnene

Sensorer (questback)

- Arbeidsmengde rimelig
- Vanskegrad rimelig
- Gjennomarbeidede oppgaver, godt språk og lite rom for misforståelser
- Mange flervalgsoppgaver
- Liten tekstmengde
- Mange elever får mulighet til å vise mestring
- Varierte og fine oppgaver
- Oppgavene dekker et bredt spekter av læreplanen
- Eksamen 2018 nokså lik eksamen 2017
- God sensorveiledning
- God eksamen. Fin eksamen. Gøy å være sensor.

Rettferdig sensur!

- Følg veiledningene!
- Vurder som er vist (positiv sensur).
- Unngå privatsensur!
 - Den "strenge" sensor
 - Den "milde" sensor
 - Den "ville" sensor – inkonsekvent sensur?
- «Faglig skjønn» - må utøves sammen med andre sensorer
- «Faglig skjønn» - ikke egne «kjepphester»
- Privatsensur og sterke, private oppfatninger må vike!
- Kandidatene vil ha rettferdig behandling uavhengig av landsdel og skole.
- Lojalitet til veiledningene.
- Husk på elevenes rettssikkerhet.

Kompetansebegrepet Fagfornyelsen Meld. St. 28 (2015 – 2016)

«Kompetanse er å tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning.»

Kompetanse (gjeldende læreplan i matematikk)

Læreplanen:

Formålet

Kompetansemålene

Forskriften, §3-3:

«Grunnlaget for vurdering i fag er kompetansemåla i læreplanane for fag slik dei er fastsette i læreplanverket»

SOLO-taksonomi - Structure of the Observed Learning Outcome (Biggs/Collins (1982) & Biggs/Tang (2007))
En kognitiv taksonomi som beskriver nivåer med økende kompleksitet

Ser ingen/svært enkle sammenhenger «Skivebom»	Ser enkle/åpenbare sammenhenger Angir formler Utfører enkle løsningsprosedyrer	Ser et antall sammenhenger, men ikke forbindelsen mellom dem Forklarer og definerer begreper Utfører rutinemessige løsningsprosedyrer	Ser betydningen av delene i relasjon til en helhet Anvender begreper Identifiserer forskjeller Kombinerer begreper Analyserer og utfører bevis og utleder	Ser komplekse sammenhenger – mellom ideer og prinsipper og ulike temaer Stiller opp teorier og hypoteser Beviser og generaliserer Reflekterer Perspektiviserer
				
Pre-strukturell	Uni-strukturell	Multi-strukturell	Relasjonell	Abstrakt
Ingen forståelse	Overfladisk forståelse		Dybdeforståelse	
Kvantitativ fase			Kvalitativ fase	

Kjennetegn på måloppnåelse
Matematikk fellesfag og programfag i videregående opplæring

Kompetanse	Karakteren 2	Karakteren 3 og 4	Karakteren 5 og 6
Begreper, forståelse og ferdigheter	Eleven - forstår en del grunnleggende begreper - behersker en del enkle, standardiserte framgangsmåter	Eleven - forstår de fleste grunnleggende begreper og viser eksempler på forståelse av sammenhenger i faget - behersker de fleste enkle, standardiserte framgangsmåter, har middels god regneteknikk og bruk av matematisk formspråk, viser eksempler på logiske resonnementer og bruk av ulike matematiske representasjoner	Eleven - forstår alle grunnleggende begreper, kombinerer begreper fra ulike områder med sikkerhet og har god forståelse av dypere sammenhenger i faget - viser sikkerhet i regneteknikk, logiske resonnementer, bruk av matematisk formspråk og bruk av ulike matematiske representasjoner
Problemløsning	Eleven - viser eksempler på å kunne løse enkle problemstillinger med utgangspunkt i tekster, figurer og praktiske og enkle situasjoner - klarer iblant å planlegge enkle løsningsmetoder eller utsnitt av mer kompliserte metoder - kan avgjøre om svar er rimelige i en del enkle situasjoner - viser eksempler på bruk av hjelpemidler knyttet til enkle problemstillinger - kan bruke hjelpemidler til å se en del enkle mønstre	Eleven - løser de fleste enkle og en del middels kompliserte problemstillinger med utgangspunkt i tekster, figurer og praktiske situasjoner, og viser eksempler på bruk av fagkunnskap i nye situasjoner - klarer delvis å planlegge løsningsmetoder i flere steg og å gjøre fornuftige antagelser - kan ofte om svar er rimelige - braker hjelpemidler på hensiktsmessig måte i en del ulike sammenhenger - klarer delvis å bruke digitale verktøy til å finne matematiske sammenhenger	Eleven - utforsker problemstillinger, stiller opp matematiske modeller og løser oppgaver med utgangspunkt i tekster, figurer og nye og komplekse situasjoner - viser sikkerhet i planlegging av løsningsmetoder i flere steg og formulering av antagelser knyttet til løsningen, viser kreativitet og originalitet - viser sikkerhet i vurdering av svar, kan reflektere over om metoder er hensiktsmessige - viser sikkerhet i vurdering av hjelpemidlenes muligheter og begrensninger, og i valg mellom hjelpemidler - kan bruke digitale verktøy til finne matematiske sammenhenger, og kan sette opp hypoteser ut fra dette
Kommunikasjon	Eleven presenterer løsninger på en enkel måte, for det meste med uformelle uttrykksformer	Eleven presenterer løsninger på delvis sammenhengende med forklarende tekst i et matematisk formspråk	Eleven presenterer løsninger på oversiktlig, systematisk og overbevisende måte med forklarende tekst i matematisk formspråk

Beskrivelsen

Lav/svak

Varierende

Sikker

Grunnlag for
diskusjon/dialog

Begrunne
karakternivå

Korrigere
poenggiving

Tema, kontekst og rød tråd gjennom settet

 Utdanningsdirektoratet

Eksamen 16.05.2018

MAT0010 Matematikk Del 1



Kandidatnummer:

Bokmål

Til skoler: Ved digital innlevering av Del 1 må skolen føre kandidatnummer på hvert ark før skanning og opplasting i PGS.

 Utdanningsdirektoratet

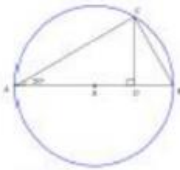
Eksamen 16.05.2018

MAT0010 Matematikk Del 2

Sport og fritid



Gauss



Geometri

Bokmål

Kjennetegn

- Kategorien «Problemløsning» vektlegges.
- Kandidatens problemløsning
 - på hvilket nivå ligger oppgavene som blir løst?
- Bred kompetanse er bedre enn smal kompetanse.

Poeng

- «Vi kan telle poeng ... men det er ikke bare poengene som teller.»
- Sensor følger poenguttelling i sensorveiledningen / forhåndssensuren
- Poeng for å vise kompetanse
- Det skal bare gis hele poeng
- Sensorveiledning: « ... tas med i helhetsvurderingen av besvarelsen»
- Hva betyr dette?
- **Vi gir ikke halve poeng. Vi vurderer om kandidaten har vist nok kompetanse til å få 1 poeng eller ikke (0 poeng)**
- Ved tvil om endelig karakter **kan** det som eleven har vist uten å få poenguttelling påvirke endelig karakter

Fordelen med denne vurderingsmetoden

- Fokus på kompetanse som er vist
(positiv sensur)
- Vi slipper å «trekke poeng», og fokus på kompetanse som ikke er vist (negativ sensur)

Framgangsmåte

b) $x - \frac{x}{3} = \frac{x+1}{2}$

Løs oppgave 11 b) her:

$$\begin{aligned} x - \frac{x}{3} &= \frac{x+1}{2} \\ x - \frac{x}{3} &= \frac{x+1}{2} \quad | \cdot 6 \\ 6 \cdot x - \frac{x \cdot 6}{3} &= \frac{x+1 \cdot 6}{2} \\ 6x - \frac{x \cdot 6^2}{3} &= \frac{x+1 \cdot 6^3}{2} \end{aligned}$$

$$6x - 2x = 4$$

$$4x = 4$$

$$\underline{\underline{x = 1}}$$

1 poeng

«Skjellig grunn
til mistanke»

«Skjellig grunn
til å tro at...»

Mer enn 50 % av
kompetansen er vist

Framgangsmåte

b) $x - \frac{x}{3} = \frac{x+1}{2}$

Løs oppgave 11 b) her:

$$x - \frac{x}{3} = \frac{x+1}{2} \quad \begin{matrix} \cdot 6 \\ \cdot 6 \end{matrix} \quad \frac{x}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{x+1}{2} \cdot \frac{2}{2} \quad \begin{matrix} \cdot 2 \\ \cdot 2 \end{matrix} \quad 6x - 2x = 3x + 3$$
$$6x - 2x - 3x = 3$$
$$\underline{\underline{x = 3}}$$

1 poeng

Framgangsmåte

b) $x - \frac{x}{3} = \frac{x+1}{2}$

Løs oppgave 11 b) her:

$$x - \frac{x}{3} = \frac{x+1}{2}$$

$$2 \cdot x - \frac{x}{3} \cdot 2 = \frac{x+1}{2} \cdot 2$$

$$\frac{2x - 2x}{6} = \frac{3x + 3}{6} \quad | \cdot 6$$

$$\frac{2x - 2x \cdot 6}{6} = \frac{3x + 3 \cdot 6}{6}$$

$$2x - 2x = 3x + 3$$

$$2x - 2x - 3x = 3$$

$$-3x = 3 \quad | : -1$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{-3}{3}$$

$$x = -1$$

0 poeng

Framgangsmåte

b) $\frac{a^2 + a}{2a + 2}$

Løs oppgave 10 b) her:

$$\frac{a^2 + a}{2a + 2} \quad | \cdot 2$$

$$\frac{2(a + a)}{2(2a + 2)}$$

$$\frac{a + a}{2a + 2}$$

$$\frac{2a}{2a + 2}$$

$$\underline{\underline{= 2}}$$

0 poeng

Framgangsmåte

b) $\frac{a^2 + a}{2a + 2}$

Løs oppgave 10 b) her:

$$\frac{a^2 + a}{2a + 2} = \frac{a(a + \cancel{1})}{2(a \cancel{+ 1})} = \underline{\underline{\frac{a}{2}}}$$

1 poeng

Framgangsmåte

b) $\frac{a^2 + a}{2a + 2}$

Løs oppgave 10 b) her:

$$\frac{a^2 + a}{2a + 2}$$

$$\frac{a \cdot a + a}{2a + 2}$$

$$\frac{a + a}{2 + 2} = \frac{2a}{4}$$

0 poeng

Framgangsmåte

b) $\frac{a^2 + a}{2a + 2}$

Løs oppgave 10 b) her:

$$\frac{a^2 + a}{2a + 2}$$

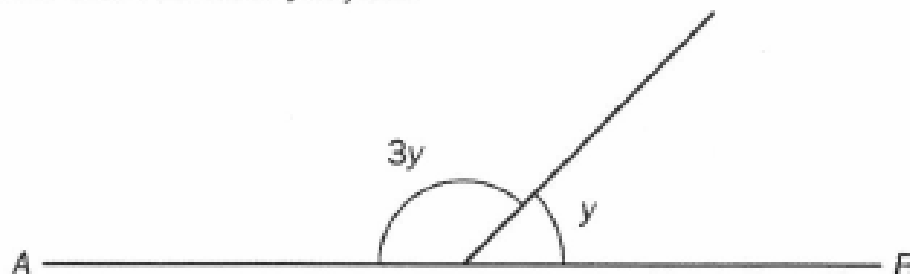
$$= \frac{\cancel{a} \cancel{a} + a}{\cancel{a} \cancel{2} + 2}$$

$$\frac{a}{2}$$

0 poeng

Framgangsmåte

I figuren nedenfor er AB et rett linjestykke.



Bestem ved regning hvor mange grader $\angle y$ er.

Løs oppgave 9 her:

$$y + 3y = 180^\circ$$

$$4y = 180^\circ$$

$$y = \frac{180}{4}$$

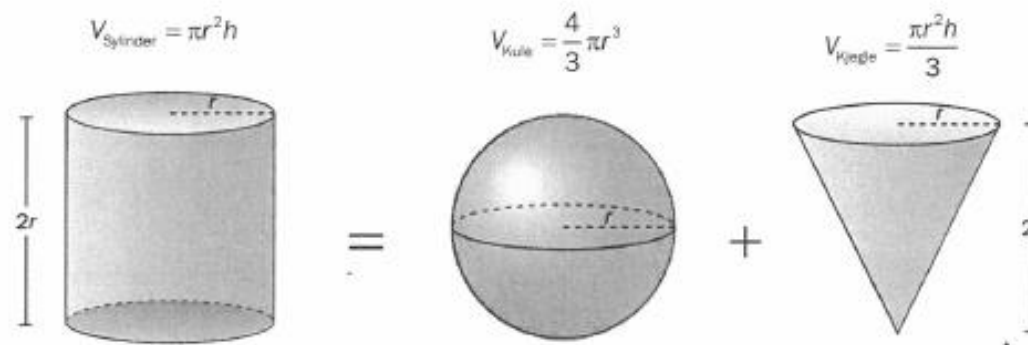
$$\underline{y = 45,5}$$

$$\begin{array}{r} 180 : 4 = 45,5 \\ - 176 \\ \hline 20 \\ 20 \\ \hline \end{array}$$

$$\underline{\underline{\angle y \text{ er } 45,5^\circ}}$$

1 poeng

Framgangsmåte



Løs oppgave 19 her:

$R = 5,0 \text{ cm}$

$$V_s = \pi r^2 h$$

$$V_s = 3,14 \cdot r^2 \cdot 2r$$

$$V_s = 3,14 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$$

$$V_s = 3,14 \cdot 25 \cdot 10$$

$$V_s = 3,14 \cdot 250$$

$$V_s = 785 \text{ cm}^2$$

$$V_k = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_k = 1,33 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$V_k = 4,1888 \cdot 125$$

$$V_k = 422,50 \text{ cm}^2$$

$$V_{\text{Kegle}} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V_{\text{Kegle}} = \frac{3,14 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5}{3}$$

$$V_{\text{Kegle}} = \frac{3,14 \cdot 250}{3}$$

$$V_{\text{Kegle}} = \frac{785}{3}$$

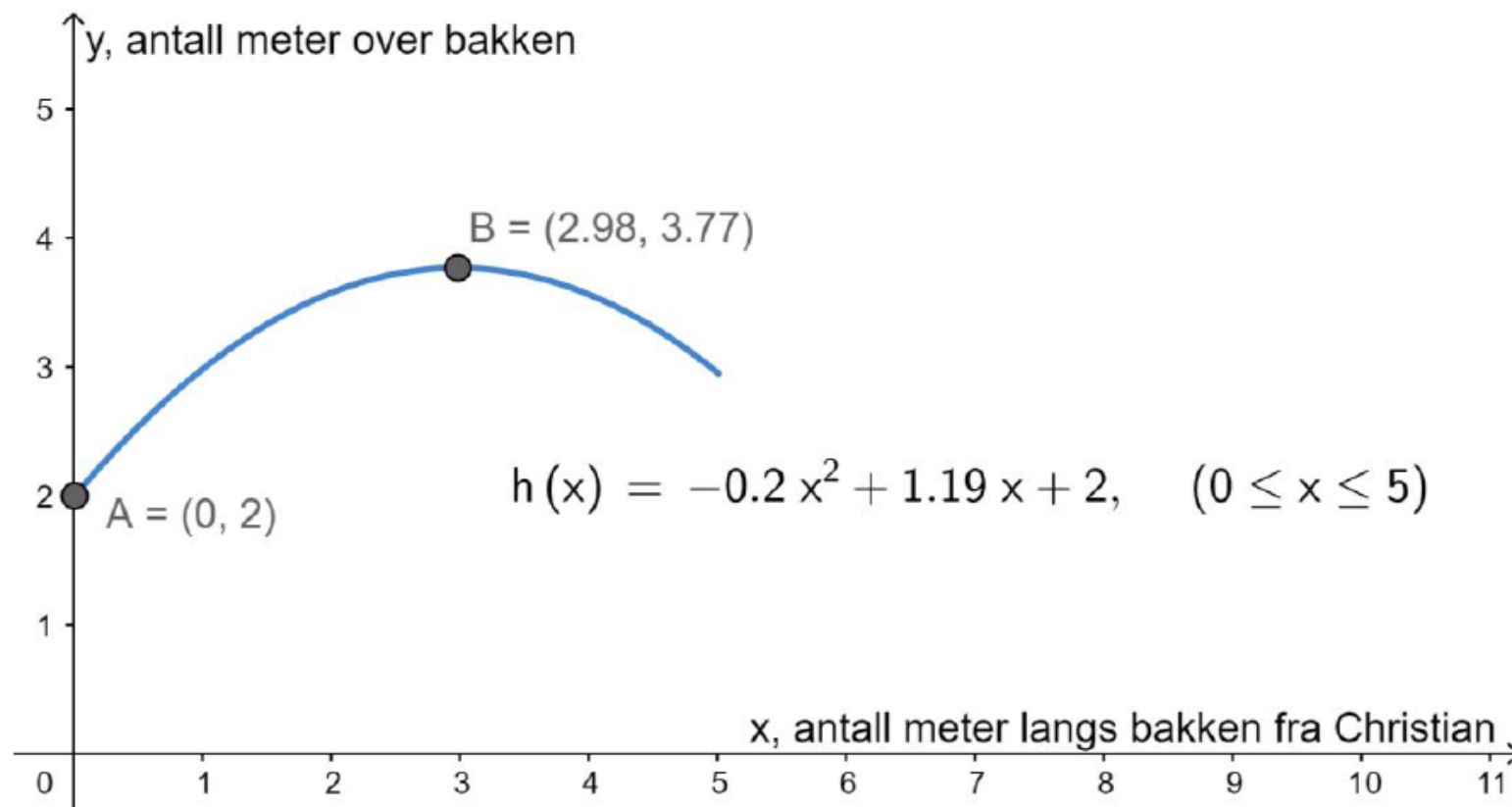
$$V_{\text{Kegle}} = 261,66 \text{ cm}^2$$

$$V_k + V_{\text{Kegle}} = V_{\text{Sylinder}}$$

$$422,50 \text{ cm}^2 + 261,66 \text{ cm}^2 =$$

1 poeng (av 2 poeng)

Krav til bruk av graftegner



Krav til bruk av regneark

	A	B	C	D	E	F
1	Salg og inntekter					
2						
3	Lagets prosent av inntektene			0,35		
4						
5			Antall	Pris	Totalt	Lagets inntekt
6	Billetter	Voksen	220	80	=C6*D6	=E6*D\$3
7		Barn	120	50	=C7*D7	=E7*D\$3
8	Kioskvarer	Kaffe	50	25	=C8*D8	=E8*D\$3
9		Brus	60	30	=C9*D9	=E9*D\$3
10		Pølse	120	30	=C10*D10	=E10*D\$3
11	Parkeringsbevis	Biler	150	50	=C11*D11	=E11*D\$3
12						
13	Sum				=SUMMER(E6:E11)	=SUMMER(F6:F11)

CAS?

CAS - GeoGebra

Calculator toolbar with buttons: $=$, $\approx$, $\checkmark$, $\frac{15}{3 \cdot 5}$, $(())$, $\sqrt[n]{}$ (n=7), $x=$, $x:$.

1 $M := 211 - 0.64 A$
 $\approx M := -0.64 A + 211$

2 ByttUt (M, A = 25)
 ≈ 195

CAS - GeoGebra

Calculator toolbar with buttons: $=$, $\approx$, $\checkmark$, $\frac{15}{3 \cdot 5}$, $(())$, $\sqrt[n]{}$ (n=7), $x=$, $x:$.

1 Løs (M = 211 - 0.64 A, A)
 $\approx \{A = -1.56 M + 329.69\}$

2 \$1
 $\rightarrow \left\{ A = -\frac{25}{16} M + \frac{5275}{16} \right\}$

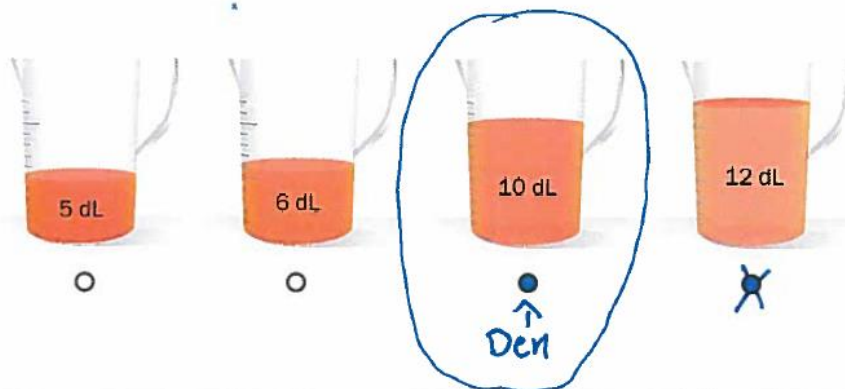
Flervalgsoppgaver

- Prøver også kompetanse
- Gir også et bilde av elevens kompetanse
- Er like mye verdt som andre oppgaver
- Elevene gjetter ikke (3M-IRT-analyser fra 2017)

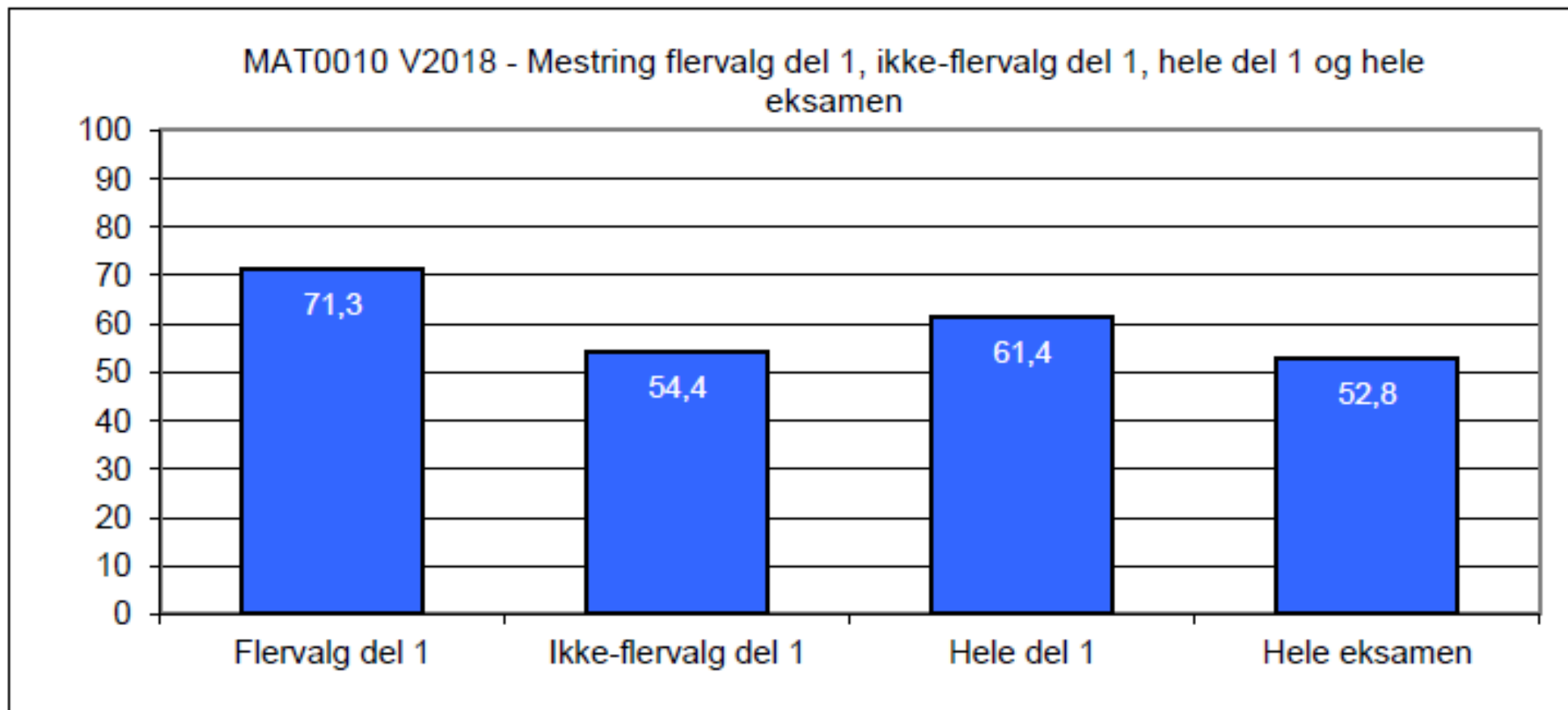
Oppgave 19 (1 poeng)

I kvar av muggene nedanfor har vi blanda 2 dL saft med vatn. Volumet av blandinga er skrive på kvar mugge.

I kva mugge er blandingsforholdet mellom saft og vatn 1 : 5?



Flervalgsoppgaver og mestring



Fram mot forhåndssensuren og fellessensuren



Eksamens-
veiledning

Kjennetegn på måloppnåelse

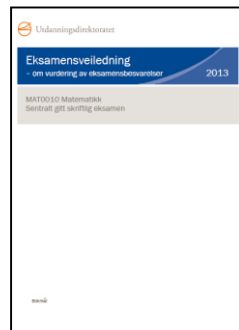
Sjekk og drøft sammen med læreren MAT0010 Matematikk, 10. årstrin

Sammenheng	Sammenheng 2	Sammenheng 3 og 4	Sammenheng 5 og 6
Regning	...	...	...
Problemløsning	...	...	...
Kommunikasjon	...	...	...

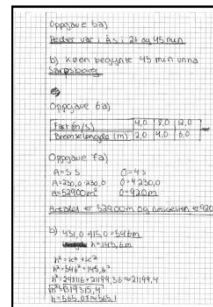
Kjennetegn
Måloppnåelse



Eksamen



Sensor-
veiledning



Elevbesvarelse

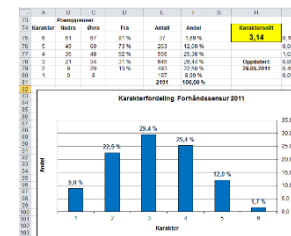
Vurderingsskjema

Karakter	1	2	3	4	5
Antall	...	...	...	...	...
Prosent	...	...	...	...	...

Vurderingsskjema



Mestringsprofil



Statistikk

Questback
Sensorene
Førsteintrykk



Forhåndssensur

Karakter	Poeng
6*	56
5	45
4	31
3	21
2	9
1	0

Poenggrense

Sensorfellesskapet

- Sensor kan **ikke** operere på egen hånd
- Sensor er alltid i et fellesskap - aldri alene



Bort med kjepphestene!

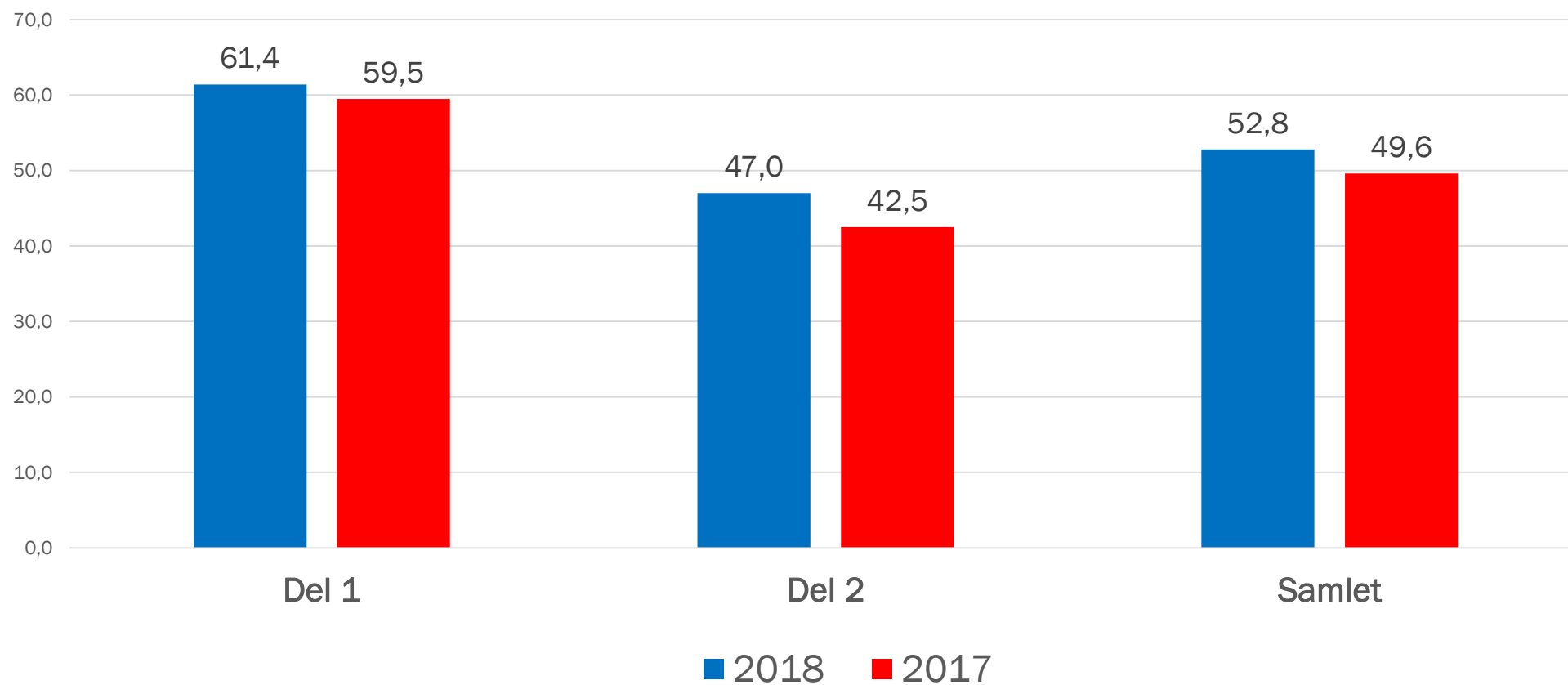
La oss ikke fortape oss i detaljer og sterke oppfatninger!

- Objektiv og rettferdig vurdering!
- **Helhetsinntrykk!**
- **Følg veiledningene.**



Elevenes mestring. Mestringsprofil.

Mestring i 2018 og 2017



Eksamen våren 2019

Trekkdato: tirs 14. mai

Eksamen: tors 16. mai

Forhåndssensur: tirs 28. – ons 29. mai 2019 (Thon Opera Hotel, Oslo)

Fellessensur: man 17. juni - ons 19. juni 2019

<https://www.udir.no/eksamen-og-prover/eksamen/administrere-eksamen/#datoar-grunnskolen>

Poenggrenser fra sensuren av årets eksamen

Karakter	Poeng
1	0 - 9
2	10 - 22
3	23 - 35
4	36 - 48
5	49 - 59
6	60 - 66

Takk for oppmerksomheten



Lykke til med vurderingsarbeidet!